

Solution :

Problème 5 du 22e concours W. J. Blundon, paru dans Crux Mathematicorum ici : [2006 :355]. Nous présentons la solution officielle parue dans [2007 :133], modifiée par le comité de rédaction.

Remarquons d'abord que

$$2x = 2005 - 5y = 5(401 - y).$$

Cela implique que $2x$ est divisible par 5 et, par conséquent, que x est divisible par 5. Il existe donc un entier positif n tel que $x = 5n$.

Il s'ensuit que

$$2n = 401 - y.$$

Puisque y est un entier positif, nous avons

$$2n \leq 400 \implies n \leq 200.$$

De plus, pour chaque $1 \leq n \leq 200$,

$$y = 401 - 2n$$

est un entier positif. Par conséquent, chaque entier n tel que $1 \leq n \leq 200$ nous donne une paire

$$(x, y) = (5n, 401 - 2n).$$

Il y a donc exactement 200 telles paires.