

# THE CONTEST CORNER

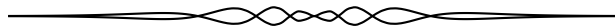
No. 38

John McLoughlin

*Les problèmes présentés dans cette section ont déjà été présentés dans le cadre d'un concours mathématique de niveau secondaire ou de premier cycle universitaire, ou en ont été inspirés. Nous invitons les lecteurs à présenter leurs solutions, commentaires et généralisations pour n'importe quel problème. S'il vous plaît vous référer aux règles de soumission à l'endos de la couverture ou en ligne.*

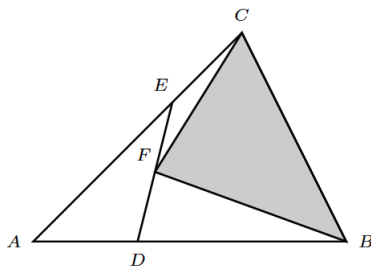
*Pour faciliter l'examen des solutions, nous demandons aux lecteurs de les faire parvenir au rédacteur au plus tard le **1 octobre 2016**; toutefois, les solutions reçues après cette date seront aussi examinées jusqu'au moment de la publication.*

*La rédaction souhaite remercier Rolland Gaudet, professeur titulaire à la retraite à l'Université de Saint-Boniface, d'avoir traduit les problèmes.*



**CC186.** Soit  $n$  un entier positif. Faire le décompte des nombres  $k \in \{0, 1, \dots, n\}$  pour lesquels  $\binom{n}{k}$  est impair. Démontrer que ce nombre est une puissance de deux, c'est-à-dire est de la forme  $2^p$  pour un certain entier non négatif  $p$ .

**CC187.** Dans le diagramme, la surface du triangle  $ABC$  est 1,  $\overline{AD} = \frac{1}{3}\overline{AB}$ ,  $\overline{EC} = \frac{1}{3}\overline{AC}$  et  $\overline{DF} = \overline{FE}$ . Déterminer la surface du triangle en gris  $BFC$ .



**CC188.** Un plan divise l'espace en deux régions. Deux plans intersectant en une ligne divisent l'espace en quatre régions. Supposer maintenant que douze plans sont donnés dans l'espace tel que

- deux d'entre eux intersectent toujours en une ligne,
- trois d'entre eux intersectent toujours en un point, et
- quatre d'entre eux n'ont jamais un point en commun.

Dans combien de régions l'espace est-il divisé? Justifier votre réponse.

**CC189.** Des pièces de monnaie sont placées sur certains des 100 carrés d'une grille  $10 \times 10$ . Tout carré est voisin à un autre carré couvert d'une pièce de monnaie. Déterminer le nombre minimum de pièces de monnaie. (Deux carrés distincts sont voisins s'ils partagent un côté.)

**CC190.** Les lettres du mot TRIANGLE forment un arrangement tel qu'indiqué.

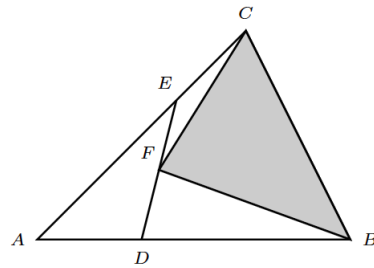
E  
 E L E  
 E L G L E  
 E L G N G L E  
 E L G N A N G L E  
 E L G N A I A N G L E  
 E L G N A I R I A N G L E  
 E L G N A I R T R I A N G L E

Déterminer le nombre de façons d'épeler le mot TRIANGLE, utilisant des lettres adjacentes dans cet arrangement et allant vers le haut, la gauche ou la droite.

.....

**CC186.** Let  $n$  be a positive integer. Count the number of  $k \in \{0, 1, \dots, n\}$  for which  $\binom{n}{k}$  is odd. Prove that this number is a power of two, i.e. it is of the form  $2^p$  for some non-negative integer  $p$ .

**CC187.** In the diagram the area of the triangle  $ABC$  is 1,  $\overline{AD} = \frac{1}{3}\overline{AB}$ ,  $\overline{EC} = \frac{1}{3}\overline{AC}$  and  $\overline{DF} = \overline{FE}$ . Find the area of the shaded triangle  $BFC$ .



**CC188.** A plane divides space into two regions. Two planes that intersect in a line divide space into four regions. Now suppose that twelve planes are given in space so that three conditions are met :

- a) every two of them intersect in a line,
- b) every three of them intersect in a point, and

c) no four of them have a common point.

Into how many regions is space divided? Justify your answer.

**CC189.** Coins are placed on some of the 100 squares in a  $10 \times 10$  grid. Every square is next to another square with a coin. Find the minimum possible number of coins. (We say that two squares are next to each other when they share a common edge but are not equal.)

**CC190.** An arrangement of the letters from the word TRIANGLE is shown.

E  
 E L E  
 E L G L E  
 E L G N G L E  
 E L G N A N G L E  
 E L G N A I A N G L E  
 E L G N A I R I A N G L E  
 E L G N A I R T R I A N G L E

Find the number of ways that the word TRIANGLE can be spelled out, using adjacent letters, going up or left or right, in this arrangement.

