31: No 6 October / Octobre 2005

Published by:

Canadian Mathematical Society
Société mathématique du Canada
577 King Edward, POB/CP 450-A
Ottawa, ON K1N 6N5
Fax/Télec: 613 565 1539

SYNOPSIS

M207. *Proposé par Edward J. Barbeau, Université de Toronto, Toronto, ON.*

A midi, Iphigénie quitte la maison pour faire une promenade à bicyclette, maintenant une moyenne de 20 km/h sur un sentier agréablement plat. Un peu plus tard, sa mère se rend compte qu'elle a oublié son pique-nique et envoie Electre le lui porter en vélo. Electre arrive à maintenir une vitesse de 30 km/h. Mais voilà que le ciel s'assombrit et que l'orage menace. Si bien qu'exactement une demi-heure après le départ de Electre, on envoie Oreste pour amener à ses deux soeurs de quoi se protéger contre la pluie. Oreste arrive à maintenir une vitesse de 40 km/h, si bien que les trois enfants, ayant suivi le même chemin, se rencontrent exactement au même moment. A quelle heure la rencontre a-t-elle eu lieu ?

M208. *Proposé par K.R.S. Sastry, Bangalore, Inde.*

Déterminer tous les triangles distincts ayant un côté de longueur 6, les deux autres côtés étant des entiers et le périmètre étant numériquement égal à la surface.

M209. *Proposé par Mihály Bencze, Brasov, Roumanie.*

Montrer que $3x^2 + 4y^2$ et $4x^2 + 3y^2$ ne peuvent être simultanément des carrés parfaits pour tous les entiers positifs x et y.

M210. *Proposé par Bruce Shawyer, Université Memorial de Terre-Neuve, St. John's, NL.*

Une grille 9×9 est subdivisée en neuf sous-grilles de 3×3, appelées boîtes. Chaque ligne et chaque colonne de la grille 9×9 de même que chaque boîte 3×3 doivent contenir les chiffres de 1 à 9.

Compléter la grille ci-contre.

4				9			8	
			5			7		
6	2	3	7				4	
	4	9					7	3
7	6					9	2	
	3				2	4	1	5
		2			6			
	1			5				7

M211. *Proposé par Bruce Shawyer, Université Memorial de Terre-Neuve, St. John's, NL.*

Deux cercles de rayon r sont tangents extérieurement. Ils sont aussi intérieurement tangents aux côtés d'un triangle rectangle de côtés 3, 4 et 5, l' hypoténuse du triangle étant tangente aux deux cercles. Déterminer r.

M212. *Proposé par Robert Bilinski, Collège Montmorency, Laval, QC.*

Dans le programme d'ordinateur Excel, les colonnes sont indiquées par des lettres. Les 26 premières colonnes comportent les lettres de A à Z. La $27^{\text{ième}}$ colonne est intitulée AA ; la $28^{\text{ième}}$ colonne est intitulée AB.

(a) Quel est le numéro de la colonne intitulée DXA ?

(b) Quel est l'indication de la 2005-ième colonne ?

. . . .

M207. *Proposed by Edward J. Barbeau, University of Toronto, Toronto, ON.*

At noon, Iphigenia set off on a bike ride from her home in Saskatoon, maintaining a leisurely pace of 20 km/h on the pleasantly level terrain. Later, her mother noticed that she had forgotten her lunch, and sent Electra off on her bike to meet her; Electra maintained a steady pace of 30 km/h. But then the sky darkened and the storm clouds gathered. So, exactly a half hour after Electra left, Orestes was sent off to meet the others with rain gear. Orestes rode at a steady pace of 40 km/h. All three followed the same route. As it happened, the three siblings met at exactly the same time. What time was that?

M208. *Proposed by K.R.S. Sastry, Bangalore, India.*

Determine all distinct triangles having one side of length 6, with the other two sides being integers, and the perimeter numerically equal to the area.

M209. *Proposed by Mihály Bencze, Brasov, Romania.*

Prove that $3x^2+4y^2$ and $4x^2+3y^2$ cannot be simultaneously perfect squares for all x, y positive integers.

M210. *Proposed by Bruce Shawyer, Memorial University of Newfoundland, St. John's, NL.*

A 9×9 grid is subdivided into nine 3×3 smaller grids, called boxes. Each row and each column of the 9×9 grid, and each 3×3 box, must contain each of the digits 1 through 9.

Complete the grid on the right.

4				9			8	
			5			7		
6	2	3	7				4	
	4	9					7	3
7	6					9	2	
	3				2	4	1	5
		2			6			
	1			5				7

M211. *Proposed by Bruce Shawyer, Memorial University of Newfoundland, St. John's, NL.*

Two circles of radius r are externally tangent. They are also internally tangent to the sides of a right triangle of sides 3, 4, and 5, with the hypotenuse of the triangle being tangent to both circles. Determine r.

M212. *Proposed by Robert Bilinski, Collège Montmorency, Laval, QC.*

In the computer program Excel, the columns are labelled with letters. The first 26 columns are labelled with the letters A to Z. The 27^{th} column is labelled AA; the 28^{th} column is labelled AB.

(a) What is the number of the column labelled DXA?

(b) What label appears on the 2005^{th} column?

by *N.H. Guersenzvaig and G.S. Krimker*

In her paper, published in the April 2003 issue of ***CRUX with MAYHEM*** [2003 : 170–173], H. Havens (who was a young high school student when she wrote the paper) gives a criterion for divisibility by numbers ending in 9. She also shows that a similar algorithm works for numbers ending in 3 and asked if there are other similar criteria that work in bases different from 10.

Reviewing the existing literature, the authors found that Havens rediscovered part of a general criterion established by N.N. Vorobiov (it appears there is no English version), and later on, although independently, by J. Whittaker. They prove this fact describing precisely Vorobiov's algorithm. Furthermore, they establish a dual result to that of Vorobiov which can be presented as a division algorithm that proceeds from right to left.

Enjoy!

This month's "free sample" is:

3073. *Proposé par Zhang Yun, High School attached to Xi′ An Jiao Tong University, Xi′ An City, Shan Xi, Chine.*

Soit x, y et z trois nombres réels positifs. Montrer que

$$\frac{1}{x+y+z+1} - \frac{1}{(x+1)(y+1)(z+1)} \leq \frac{1}{8},$$

et déterminer quand il y a égalité.

. . . .

3073. *Proposed by Zhang Yun, High School attached to Xi′ An Jiao Tong University, Xi′ An City, Shan Xi, China.*

Let x, y, z be positive real numbers. Prove that

$$\frac{1}{x+y+z+1} - \frac{1}{(x+1)(y+1)(z+1)} \;\leq\; \frac{1}{8},$$

and determine when there is equality.